

Anhang A

Notation

- ▶ $\emptyset$ bezeichnet die leere Menge.
- ▶ $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$ bezeichnen Vereinigung, Durchschnitt, und mengentheoretische Differenz der Mengen A und B .
- ▶ $A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ bezeichnet die symmetrische Differenz der Mengen A und B .
- ▶ 2^A bezeichnet die Potenzmenge (Menge aller Teilmengen) der Menge A .
- ▶ $\binom{A}{k}$ bezeichnet die Menge aller k -elementigen Teilmengen der Menge A .
- ▶ $A \times B$ bezeichnet das kartesische Produkt der Mengen A und B , also die Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A, b \in B$.
- ▶ $A^k := \underbrace{A \times \dots \times A}_{k \text{ mal}}$ bezeichnet die k te kartesische Potenz der Menge A .
Insbesondere ist $A^0 = \{()\}$, wobei $()$ das leere Tupel bezeichnet.
- ▶ Wir schreiben Tupel $\mathbf{a} \in A^k$ mit fetten Buchstaben, üblicherweise ist dann $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_k)$.

- ▶ $\mathbb{N}$ bezeichnet die Menge der natürlichen Zahlen (einschließlich der 0) und $\mathbb{N}_{>0} := \mathbb{N} \setminus \{0\}$.
- ▶ Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist

$$[n] := \{1, \dots, n\}.$$

- ▶ $\mathbb{Z}$ bezeichnet die Menge der ganzen Zahlen.
- ▶ $\mathbb{Q}$ bezeichnet die Menge der rationalen Zahlen.
- ▶ $\mathbb{R}$ bezeichnet die Menge der reellen Zahlen und $\mathbb{R}_{\geq 0} := \{r \in \mathbb{R} \mid r \geq 0\}$,
 $\mathbb{R}_{>0} := \{r \in \mathbb{R} \mid r > 0\}$.
- ▶ $\mathbb{C}$ bezeichnet die Menge der komplexen Zahlen.

Sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion.

- ▶ Wir bezeichnen $\text{def}(f) := A$ als den **Definitionsbereich** und B als den **Wertebereich** von f .
- ▶ Für eine Teilmenge $A' \subseteq A$ ist $f(A') := \{f(a) \mid a \in A'\}$ das **Bild** von A' unter f . Außerdem bezeichnet $f|_{A'}$ die **Restriktion** von f auf A' , das heißt, die Funktion $f|_{A'} : A' \rightarrow B$ mit $f|_{A'}(a) = f(a)$ für alle $a \in A'$.
- ▶ Für eine Teilmenge $B' \subseteq B$ ist $f^{-1}(B') := \{a \in A \mid f(a) \in B'\}$ das **Urbild** von B' unter f .
- ▶ Für ein Tupel $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_k) \in A^k$ setzen wir $f(\mathbf{a}) := (f(a_1), \dots, f(a_k))$.
- ▶ Für Funktionen $f : A \rightarrow B$ und $g : C \rightarrow D$ mit $f|_{A \cap C} = g|_{A \cap C}$ sei $f \cup g : A \cup C \rightarrow B \cup D$ die Funktion mit $(f \cup g)|_A = f$ und $(f \cup g)|_C = g$.

Sei Σ ein Alphabet, also eine Menge von Zeichen.

- ▶ **Wörter** über Σ sind endliche Tupel von Elementen von Σ , die wir aber üblicherweise ohne Kommas und Klammern schreiben. Beispielsweise schreiben wir **aab** statt (a, a, b) .
- ▶ Das leere Wort bezeichnen wir mit **ϵ** .
- ▶ Die Menge aller Wörter über Σ bezeichnen wir mit Σ^* . Also ist

$$\Sigma^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}} \Sigma^i$$

- ▶ Die **Länge** eines Wortes $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^n$ ist **$|w|$** $:= n$.
- ▶ Eine **Sprache** über Σ ist eine Teilmenge von Σ^* .

Asymptotische Notation

Für eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ (oder $\mathbb{N}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$) definieren wir:

$$O(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{ex. } n_0 \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{R}_{>0} \text{ f.a. } n \geq n_0 : 0 \leq g(n) \leq c \cdot f(n)\},$$

$$\Omega(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{ex. } n_0 \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{R}_{>0} \text{ f.a. } n \geq n_0 : 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n)\},$$

$$\Theta(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{ex. } n_0 \in \mathbb{N}, c, d \in \mathbb{R}_{>0} \text{ f.a. } n \geq n_0 : \\ 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n) \leq d \cdot f(n)\},$$

$$= O(f) \cap \Omega(f)$$

$$o(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{f.a. } c \in \mathbb{R}_{>0} \text{ ex. } n_0 \in \mathbb{N} \text{ f.a. } n \geq n_0 : 0 \leq g(n) \leq c \cdot f(n)\},$$

$$\omega(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{f.a. } c \in \mathbb{R}_{>0} \text{ ex. } n_0 \in \mathbb{N} \text{ f.a. } n \geq n_0 : 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n)\}.$$

Oft schreibt man $O(f(n))$ anstatt $O(f)$. Üblich sind auch Schreibweisen wie $g(n) = O(f(n))$ anstatt $g \in O(f)$ und $O(f(n)) \leq O(g(n))$ anstatt $O(f) \subseteq O(g)$ (entsprechend für $\Omega, \Theta, o, \omega$).